

【35】直線に下した垂線《数学 C》

空間の 3 点 $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 1)$, $C(0, 1, 2)$ を考える。点 C から直線 AB に下ろした垂線と AB との交点を H とする。 H の座標を求めよ。

/’16 東京電機大（理工・情報環境）2 月 1 日 4(4)

解答

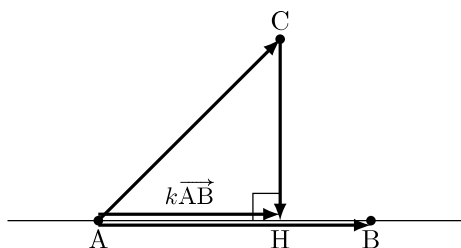
3 点 A , B , C の座標から

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となるので

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = 6, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -1$$

である。



点 H は直線 AB 上にあるから

$$\overrightarrow{AH} = k\overrightarrow{AB} \quad (k: \text{実数})$$

と表せる。よって

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CH} &= \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC} \\ &= k\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

とで、 $\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB}$ なので

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} &= 0 \\ \iff (k\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB} &= 0 \\ \iff k|\overrightarrow{AB}|^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= 0 \\ \iff 6k + 1 &= 0 \\ \iff k &= -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OH} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AH} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 13 \end{pmatrix} \\ \therefore H &\left(\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{13}{6} \right) \end{aligned}$$