

【26】図の把握《数学Ⅰ》

△ABCにおいて、 $AB = 5$ 、 $BC = 2\sqrt{3}$ 、 $CA = 4 + \sqrt{3}$ とする。このとき

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

△ABC の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シス}} + \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2}$$

である。

B を通り CA に平行な直線と △ABC の外接円との交点のうち、B と異なる方を D とするとき

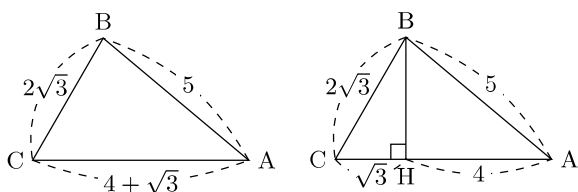
$$BD = \boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

であり、台形 ADBC の面積は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

/’03 センター本試験Ⅰ・A 2

解答

まず、 $2\sqrt{3} < 5 < 4 + \sqrt{3}$ であることに注意して図を描けば次図のようになる。



$4 + \sqrt{3}$ の「+」に注目して、点 B から下ろした垂線の足を H とすれば、この点 H が辺 CA を $\sqrt{3}$ と 4 に分けているんじゃないかと疑う。

この仮定のもと、直角三角形 BCH における三平方の定理より

$$BH = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9} = 3$$

直角三角形 ABH における三平方の定理より

$$BH = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$$

したがって、上図はツジツマがあるので

$$\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{5}$$

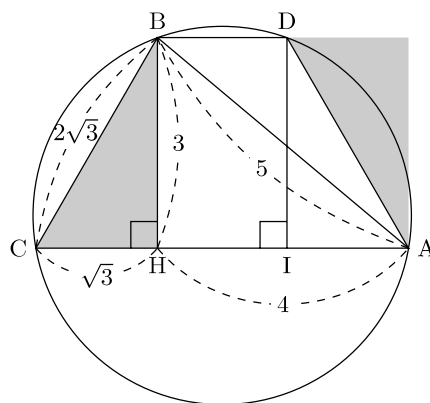
であり、△ABC の面積は

$$\frac{1}{2}(4 + \sqrt{3}) \cdot 3 = \frac{12 + 3\sqrt{3}}{2}$$

となる。

円と平行線はともに対称性があるから、その交点を結んでできる台形は左右対称な台形（等脚台形）である。

よって、点 D から辺 CA に下ろした垂線の足を I とすれば $AI = CH$ である。



したがって

$$BD = HI = 4 - \sqrt{3}$$

であり、台形 ADBC の面積は、直角三角形 BCH を切り取って辺 AD にくっつくように移動すれば（上図の灰色部分が合同）、縦の長さ 3、横の長さ 4 の長方形の面積と一致するから

$$3 \times 4 = 12$$