

【10】 おきかえたら変域に注意

$f(x) = x^2 + |x| - 1$ とおく。

- (1) 関数 $f(x)$ の最小値とそれをとるとき x の値を求めなさい。
 (2) x の関数

$$y = \{f(x)\}^2 - 2af(x) + a^2 + 1$$

の最小値を a を用いて表しなさい。

/'09 鳴門教育大 (学校教育) 前期 1

解答

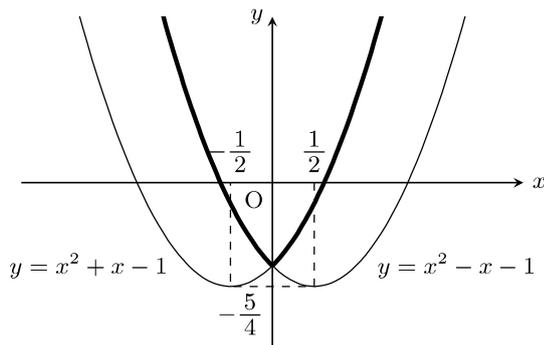
- (1) $x \leq 0$ において

$$f(x) = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

- $0 \leq x$ において

$$f(x) = x^2 + x - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

であるから、 $y = f(x)$ のグラフは次図の太線部分のようになる。



したがって、 $f(x)$ は $x = 0$ で最小となり、その最小値は

$$f(0) = 0^2 + |0| - 1 = -1$$

- (2) $t = f(x)$ とおくと、 t のとり得る値の範囲は $-1 \leq t$ であり

$$\begin{aligned} y &= \{f(x)\}^2 - 2af(x) + a^2 + 1 \\ &= t^2 - 2at + a^2 + 1 \end{aligned}$$

となる。

$$g(t) = t^2 - 2at + a^2 + 1 \text{ とすると}$$

$$g(t) = (t - a)^2 + 1$$

である。

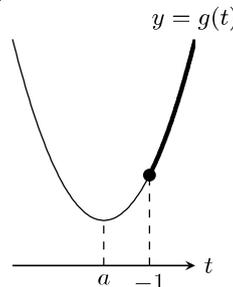
- イ) $a \leq -1$ の場合、 $g(t)$ の $-1 \leq t$ における最小値は

$$g(-1) = a^2 + 2a + 2$$

- ロ) $-1 \leq a$ の場合、 $g(t)$ の $-1 \leq t$ における最小値は

$$g(a) = 1$$

イ)



ロ)

