

6月3問目

男子 A, B, C, D と女子 E, F, G, H の 8 人がいる。

- (i) この 8 人から 6 人を選んで 1 列に並べるとき、並べ方は全部で 通りである。
 (ii) この 8 人から 6 人を選んで 1 列に並べるとき、男女が交互に並ぶ並べ方は 通りである。
 (iii) この 8 人から 6 人を選んで輪の形に並べるとき、どの女子も隣り合わない並べ方は 通りである。

/ '21 北里大 (獣医・海洋生命科学) 2 月 1 日 1(3)

解答

(i) 6 人の選び方は ${}_8C_6$ 通りで、選んだ 6 人の並べ方は $6!$ 通りなので、求める場合の数は

$${}_8C_6 \cdot 6! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ = \mathbf{20160 \text{ (通り)}}$$

(ii) 男女が交互に並ぶのは、男子を 3 人、女子を 3 人選び

男女男女男女、女男女男女男

と並ぶ場合である。

男子 3 人の選び方は ${}_4C_3$ 通り、女子 3 人の選び方は ${}_4C_3$ 通りであり、上記 2 パターンの並べ方のいずれにしても、男子の並べ方は $3!$ 通り、女子の並べ方は $3!$ 通りなので、求める場合の数は

$${}_4C_3 \cdot {}_4C_3 \cdot 2 \cdot 3! \cdot 3! = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \\ = \mathbf{1152 \text{ (通り)}}$$

(iii) 男女の人数で場合を分ける。

イ) 男子 4 人、女子 2 人の場合

このような 6 人の選び方は $1 \cdot {}_4C_2$ 通りである。

男子 4 人の円順列は $3!$ 通りあり、スキマの 4 ヶ所から 2 ヶ所を選んで女子 2 人を並べると考えて

$$1 \cdot {}_4C_2 \cdot 3! \cdot {}_4C_2 \cdot 2! = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \\ = \mathbf{432 \text{ (通り)}}$$

ロ) 男子 3 人、女子 3 人の場合

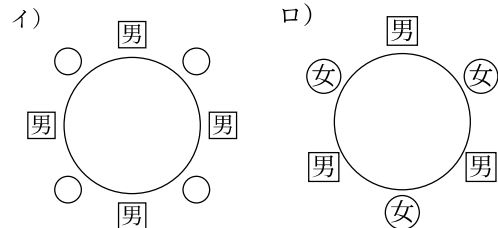
このような 6 人の選び方は ${}_4C_3 \cdot {}_4C_3$ 通りである。

男子 3 人の円順列は $2!$ 通りあり、スキマの 3 ヶ所に女子 3 人を並べると考えて

$${}_4C_3 \cdot {}_4C_3 \cdot 2! \cdot 3! = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \\ = \mathbf{192 \text{ (通り)}}$$

ハ) 男子 2 人、女子 4 人の場合

どの女子も隣り合わないようには並べることが不可能である。



以上から、求める場合の数は

$$432 + 192 = \mathbf{624 \text{ (通り)}}$$