

6月2問目

1, 2, 3, 3, 4, 5 の 6 個の数字から 4 個を並べて 4 桁の自然数を作る。

- (1) 各桁の数字がすべて異なるものは $\boxed{16} \boxed{17} \boxed{18}$ 個ある。
 (2) 3 が 2 個含まれるものは $\boxed{19} \boxed{20}$ 個ある。
 (3) 3 の倍数は $\boxed{21} \boxed{22}$ 個ある。

/ '19 日本大 (理工・工・他) 2 月 1 日 N 方式 1 期 6

解答

- (1) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字から 4 個を選ぶと

$${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5 \text{ (通り)}$$

選んだ 4 個の並べ方は

$$4! = 24 \text{ (通り)}$$

よって、求める場合の数は

$$5 \cdot 24 = \mathbf{120 \text{ (個)}}$$

- (2) 1, 2, 4, 5 の 4 個の数字から 2 個を選ぶと

$${}_4C_2 = 6 \text{ (通り)}$$

選んだ 2 個と 2 個の 3 の計 4 個の並べ方は

$${}_4C_2 \cdot 2! = 6 \cdot 2 = 12 \text{ (通り)}$$

よって、求める場合の数は

$$6 \cdot 12 = \mathbf{72 \text{ (個)}}$$

- (3) 自然数が 3 の倍数になる条件は、各位の数字の和が 3 の倍数となることである。

イ) 3 が 2 個の場合

1, 2, 4, 5 の 4 個の数字から、和が 3 の倍数になる 2 個の選び方は

$$(1, 2), (1, 5), (2, 4), (4, 5)$$

の 4 通りがあり、それぞれに対して並べ方は (2) と同様に 12 通りあるから

$$4 \cdot 12 = 48 \text{ (個)}$$

ロ) 3 が 1 個以下の場合

1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字から、和が 3 の倍数になる 4 個の選び方は

$$(1, 2, 4, 5)$$

の 1 通りであり、並べ方は $4! = 24$ 通りであるから

$$1 \cdot 24 = 24 \text{ (個)}$$

以上から、求める場合の数は

$$48 + 24 = \mathbf{72 \text{ (個)}}$$