

5月1問目

$z = \frac{-3 + \sqrt{7}i}{2}$ とするとき、次の値を求めなさい。ただし、 i は虚数単位とする。

$$z^4 + 3z^3 + 2z^2 - z - 2$$

/ '23 福島大（人間発達文化学類〈数理自然科学〉）前期 2(2)

解答

$z = \frac{-3 + \sqrt{7}i}{2}$ とするとき

$$\left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{7}i}{2}\right)^2$$

$$\therefore z^2 + 3z + 4 = 0$$

このとき

$$\begin{aligned} & z^4 + 3z^3 + 2z^2 - z - 2 \\ &= (z^2 + 3z + 4)(z^2 - 2) + 5z + 6 \\ &= 0 \cdot (z^2 - 2) + 5z + 6 \\ &= 5z + 6 \\ &= 5 \cdot \frac{-3 + \sqrt{7}i}{2} + 6 \\ &= \frac{-3 + 5\sqrt{7}i}{2} \end{aligned}$$