

(資料3—②)

$(1, 1) = (2, 1) + (3, 1)$ において, $(2, 1)$ を3つに分ける連鎖探索法ではどのように表現できるか。(算出17) $(1, 1) = (3, 1) + (4, 1) + (5, 1) + (4, 7, 1)$ は導けるか。

$(2, 1)$ を連鎖探索法で3つに分け, $(1, 1)$ を4つに分解して表現する。

$(n, 1) = (n+x, 1) + (n+y, 1) + (n+z, 1)$ ただし, $1 \leq x \leq y \leq z$ とすると,

$$(n^2 + 1)\{2n + (x + y + z)\} = xyz \cdots (\ast)$$

$n = 2$ のとき, $(\ast)$ は $5(4 + x + y + z) = xyz$

$$(xy - 5)z = 5(x + y + 4) \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$xy \leq 5$ のとき, $\textcircled{1}$ より $0 \geq 5(x + y + 4)$ となり不適。よって $xy \geq 6$

また, $xyz = 20 + 5(x + y + z) \leq 20 + 15z$ より
 $20 \geq z(xy - 15) \cdots \cdots \textcircled{2}$

(1) $xy = 6$ のとき, $z = 5(x + y + 4)$

これを満たす $(x, y, z) = (1, 6, 55), (2, 3, 45)$

(2) $xy = 7$ のとき, $z = \frac{5(x + y + 4)}{2}$

これを満たす $(x, y, z) = (1, 7, 30)$

(3) $xy = 8$ のとき, $z = \frac{5(x + y + 4)}{3}$

これを満たす (x, y, z) はない

(4) $xy = 9$ のとき, $z = \frac{5(x + y + 4)}{4}$

これを満たす (x, y, z) はない

(5) $xy = 10$ のとき, $z = \frac{5(x + y + 4)}{5} = x + y + 4$

これを満たす $(x, y, z) = (1, 10, 15), (2, 5, 11)$

$$(6) \quad xy = 11 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{6}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(7) \quad xy = 12 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{7}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(8) \quad xy = 13 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{8}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(9) \quad xy = 14 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{9}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(10) \quad xy = 15 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{10} = \frac{x+y+4}{2}$$

これを満たす $(x,y,z) = (3,5,6)$

$xy \geq 16$ のとき

$$20 \geq z(xy - 15) \cdots \cdots \textcircled{2} \text{より, } 1 \leq z \leq \frac{20}{xy - 15}$$

つまり, $16 \leq xy \leq 35$

$$(11) \quad xy = 16 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{11}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(12) \quad xy = 17 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{12}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(13) \quad xy = 18 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{13}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(14) \quad xy = 19 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{14}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(15) \quad xy = 20 \text{ のとき, } z = \frac{5(x+y+4)}{15} = \frac{x+y+4}{3}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(16) \ xy=21 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{16}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(17) \ xy=22 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{17}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(18) \ xy=23 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{18}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(19) \ xy=24 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{19}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(20) \ xy=25 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{20}=\frac{x+y+4}{4}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(21) \ xy=26 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{21}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(22) \ xy=27 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{22}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(23) \ xy=28 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{23}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(24) \ xy=29 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{24}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(25) \ xy=30 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{25}=\frac{x+y+4}{5}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(26) \ xy=31 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{26}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(27) \ xy=32 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{27}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(28) \ xy=33 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{28}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(29) \ xy=34 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{29}$$

これを満たす (x,y,z) はない

$$(30) \ xy=35 \text{ のとき, } z=\frac{5(x+y+4)}{30}=\frac{x+y+4}{6}$$

これを満たす (x,y,z) はない

以上より

$$(x,y,z)=(1,6,55)$$

$$(x,y,z)=(2,3,45)$$

$$(x,y,z)=(1,7,30)$$

$$(x,y,z)=(1,10,15)$$

$$(x,y,z)=(2,5,11)$$

$$(x,y,z)=(3,5,6)$$

以下のように $(2, 1)$ は6通りに分解される

$$(2, 1)=(3, 1)+(8, 1)+(57, 1)$$

$$(2, 1)=(4, 1)+(5, 1)+(47, 1)$$

$$(2, 1)=(3, 1)+(9, 1)+(32, 1)$$

$$(2, 1)=(3, 1)+(12, 1)+(17, 1)$$

$$(2, 1)=(4, 1)+(7, 1)+(13, 1)$$

$$(2, 1)=(5, 1)+(7, 1)+(8, 1)$$

よって

$$(1, 1)=(3, 1)+(3, 1)+(8, 1)+(57, 1) \quad (\text{算出14})\text{と同じ}$$

$$(1, 1)=(3, 1)+(4, 1)+(5, 1)+(47, 1) \quad (\text{算出17})\text{と同じ}$$

$$(1, 1)=(3, 1)+(3, 1)+(9, 1)+(32, 1) \quad (\text{算出15})\text{と同じ}$$

$$(1, 1)=(3, 1)+(3, 1)+(12, 1)+(17, 1) \quad (\text{算出16})\text{と同じ}$$

$$(1, 1)=(3, 1)+(4, 1)+(7, 1)+(13, 1) \quad (\text{算出18})\text{と同じ}$$

$$(1, 1)=(3, 1)+(5, 1)+(7, 1)+(8, 1) \quad (\text{算出19})\text{と同じ}$$

(算出17) $(1, 1)=(3, 1)+(4, 1)+(5, 1)+(47, 1)$ は表現される。