

第1回講義 資料1

(資料1-①)

n 元の正接の加法定理の展開は、どのようになるのか。

$\tan\theta_1 = t_1, \tan\theta_2 = t_2, \dots, \tan\theta_n = t_n$ とし, $\tan(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n) = T_n$ する。

$$T_2 = \tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{(t_1 + t_2)}{1 - (t_1 t_2)}$$

$$T_3 = \tan(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = \frac{(t_1 + t_2 + t_3) - (t_1 t_2 t_3)}{1 - (t_1 t_2 + t_2 t_3 + t_3 t_1)}$$

$$T_4 = \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4) - (t_1 t_2 t_3 + t_1 t_2 t_4 + t_1 t_3 t_4 + t_2 t_3 t_4)}{1 - (t_1 t_2 + t_1 t_3 + t_1 t_4 + t_2 t_3 + t_2 t_4 + t_3 t_4) + (t_1 t_2 t_3 t_4)}$$

$$T_5 = \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) - (t_1 t_2 t_3 + t_1 t_2 t_4 + \dots + t_3 t_4 t_5) + t_1 t_2 t_3 t_4 t_5}{1 - (t_1 t_2 + t_1 t_3 + \dots + t_4 t_5) + (t_1 t_2 t_3 t_4 + t_1 t_2 t_3 t_5 + \dots + t_2 t_3 t_4 t_5)}$$

$$T_6 = \frac{(t_1 + t_2 + \dots + t_6) - (t_1 t_2 t_3 + t_1 t_2 t_4 + \dots + t_4 t_5 t_6) + (t_1 t_2 \dots t_6)}{1 - (t_1 t_2 + t_1 t_3 + \dots + t_5 t_6) + (t_1 t_2 t_3 t_4 + t_1 t_2 t_3 t_5 + \dots + t_3 t_4 t_5 t_6) - (t_1 t_2 \dots t_6)}$$

T_n のとき

分子の第1番目 $= e_1 = +(t_1 + t_2 + \dots + t_n)$

分子の第2番目 $= e_3 = -(t_1 t_2 t_3 + \dots + t_{n-2} t_{n-1} t_n)$

分子の第3番目 $= e_5 = +(t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 + \dots + t_{n-4} t_{n-3} t_{n-2} t_{n-1} t_n)$

.....

分母の第1番目 $= e_0 = +1$

分母の第2番目 $= e_2 = -(t_1 t_2 + t_1 t_3 + \dots + t_{n-2} t_{n-1})$

分母の第3番目 $= e_4 = +(t_1 t_2 t_3 t_4 + \dots + t_{n-3} t_{n-2} t_{n-1} t_n)$

分母の第4番目 $= e_6 = -(t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 + \dots + t_{n-5} t_{n-4} t_{n-3} t_{n-2} t_{n-1} t_n)$

このように、分母、分子の括弧の符号は \pm が交互に現れる。

一般に、 $T_n = \frac{e_1 - e_3 + e_5 - e_7 \dots}{e_0 - e_2 + e_4 - e_6 \dots}$ という形で表される。

$e_i (1 \leq i \leq n)$ は、 $t_i (1 \leq i \leq n)$ から i 個を選んだ積の和である。

ただし、 $e_0 = 1$ とする。