

12月2問目

放物線 $C: y = x^2 - 4x + 3$ がある。次の問いに答えなさい。

- (1) 放物線 C 上の x 座標が 1 である点における接線の方程式、および x 座標が 5 である点における接線の方程式をそれぞれ求めなさい。
- (2) 放物線 C と (1) の 2 つの接線とで囲まれた部分の面積を求めなさい。

/'23 秋田大 (教育文化) 前期 2

解答

(1) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ とすると

$$f'(x) = 2x - 4$$

なので、点 (1, 0) における接線の式は

$$y = -2x + 2$$

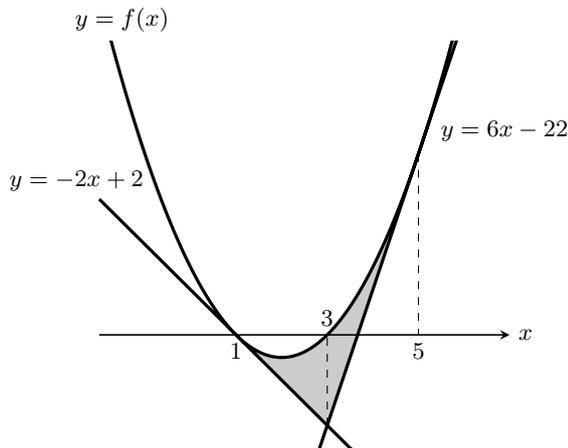
点 (5, 8) における接線の式は

$$y = 6x - 22$$

(2) (1) で求めた 2 接線の式から y を消去すると

$$-2x + 2 = 6x - 22 \quad \therefore x = 3$$

なので、2 接線の交点の x 座標は 3 である。



よって、求める面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 \{f(x) - (-2x + 2)\} dx \\ &\quad + \int_3^5 \{f(x) - (6x - 22)\} dx \\ &= \int_1^3 (x-1)^2 dx + \int_3^5 (x-5)^2 dx \end{aligned}$$

これは下図 (左) の灰色部分の面積を表し、それはさらに下図 (右) の灰色部分の面積の 2 倍に等しいから

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^2 x^2 dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^2 \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

